13. Übung zur Diskreten Mathematik

Aufgaben für den 26.1.2016

49. Zeigen Sie: Ein endlicher Baum G enthält mindestens $\Delta(G)$ Endknoten.

50. Zeigen Sie: Jeder Graph G enthält einen Pfad der Länge $\delta(G)$.
    Falls $\delta(G) \geq 2$, dann gibt es einen Kreis in G, dessen Länge mindestens $\delta(G) + 1$ ist.

51. Zeigen Sie, dass ein zusammenhängender Graph mit n Knoten genau dann ein Baum ist, wenn er $n - 1$ Kanten besitzt.

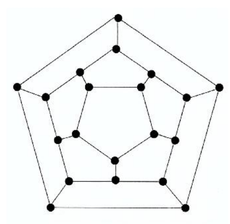
52. Sei $G = (V, E)$ ein Baum. Beweisen Sie: Jeder Knoten, der nicht Endknoten von G ist, ist ein Gelenkknoten. Jede Kante ist eine Brücke und $G - e$ zerfällt in genau zwei Zusammenhangskomponenten (V_1, E_1), (V_2, E_2) mit $V = V_1 \cup V_2$ und $E = E_1 \cup E_2 \cup \{e\}$.

53. Geben Sie eine beliebige Funktion $f\colon [\![10]\!] \to [\![10]\!]$ an, und bestimmen Sie das Wirbeltier, das zum funktionalen Digraphen von f gehört. Vertauschen Sie darin nun Kopf und Schwanz und bestimmen Sie jene Funktion $\tilde{f}$, die zu diesem Wirbeltier gehört.

    Sei $n \geq 1$, $f \in \mathbf{n}^{\mathbf{n}}$. Warum gibt es stets Elemente in $\mathbf{n}$, die die Wirbelsäule des zu f gehörenden Wirbeltiers bilden?

Zusatzaufgaben

1. Gibt es einen Kreis, der durch alle Knoten des Graphen führt?



2. Gibt es einen Spaziergang, auf dem man jede Brücke genau einmal überquert?