8. Übung zur Diskreten Mathematik

Aufgaben für den 24.11.2015

29. Untersuchen Sie ob $(\mathbb{N}_+, |)$ oder $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, |)$ Ordnungen sind? Sind sie etwa auch Totalordnungen? (Für $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ bedeute $a \mid b$, dass a ein Teiler von b ist.)

30. Zeigen Sie, dass 13 alle im Dezimalsystem 6-stelligen Zahlen der Form $abcabc$ mit $a, b, c \in \{0, \ldots, 9\}$, $a \neq 0$, teilt.

31. Zeigen Sie, dass für relativ prime Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ gilt: $\mathrm{ggT}(a + b, a - b) \in \{1, 2\}$.

32. Berechnen Sie (a) $\mathrm{ggT}(525, 231)$ und seine additive Darstellung.

    (b) $\mathrm{ggT}(221598600, 333635640)$ und seine additive Darstellung.

    (c) $\mathrm{ggT}(1585, -2536, 0, 4438, -1585)$.

    (d) den ggt aller Zahlen aus Aufgabe 30.

Zusatzaufgabe

1. Sei $N_1 \in \mathbb{N}_+$, $N_1 > 2$. Berechnen Sie eine Zahl N_2, indem Sie alle Ziffern der im Dezimalsystem geschriebenen positiven Teiler von N_1 aufsummieren. Z.B. für $N_1 = 12$ ist $T(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ und $N_2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 1 + 2 = 19$. Berechnen Sie N_3 indem Sie den oben beschriebenen Vorgang auf N_2 anwenden. (Man spricht von Iteration.) Was fällt Ihnen auf, wenn Sie mit beliebigem N_1 beginnen und diesen Vorgang oft genug iterieren?

2. Sei $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie die folgende Behauptung: Unter je $n + 1$ ausgewählten Zahlen von $\{1, 2, \ldots, 2n\}$ gibt es mindestens zwei Zahlen, von denen die eine die andere teilt.