

HÖHERE MATHEMATIK I

Hausaufgaben (Bearbeitung bis 9.12.2008)

H 8.1 *Der Kosinussatz*

Gegeben sei das Dreieck ABC mit den Seiten $a = \overline{BC}$, $b = \overline{AC}$, $c = \overline{AB}$ und der von a und b eingeschlossene Winkel γ . Beweisen Sie:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

Hinweis: Verwenden Sie den Satz des Pythagoras, und machen Sie eine Fallunterscheidung, ob spitze oder stumpfe Winkel auftreten.

H 8.2 *Inverse trigonometrische Funktionen*

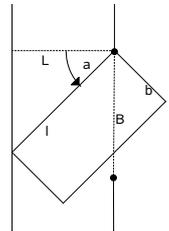
Berechnen Sie:

$$\begin{aligned} & \arcsin\left(\sin \frac{\pi}{16}\right), \quad \arccos\left(\cos \frac{\pi}{9}\right), \quad \arcsin\left(\sin \frac{7\pi}{3}\right), \quad \arccos\left(\cos \frac{9\pi}{4}\right), \\ & \arcsin\left(\sin \frac{7\pi}{9}\right), \quad \arccos\left(\cos \frac{7\pi}{9}\right), \quad \sin\left(\arcsin \frac{-1}{3}\right), \quad \cos\left(\arccos \frac{-1}{3}\right), \\ & \arcsin\left(\sin \frac{8\pi}{5}\right), \quad \arccos\left(\cos \frac{9\pi}{5}\right), \quad \sin(\arcsin 2), \quad \cos(\arccos 2). \end{aligned}$$

H 8.3 *Mathematiker beim Siedeln*

Ein Schrank der Breite b und Länge l in einem Gang der Breite L lässt sich durch eine Tür der Breite B schieben ($l > B > L > b$). Zeigen Sie: Es gilt die Beziehung $bl \leq BL$.

Hinweis: Es tritt die skizzierte Situation auf.

H 8.4 *Eigenschaften der Hyperbelfunktionen*

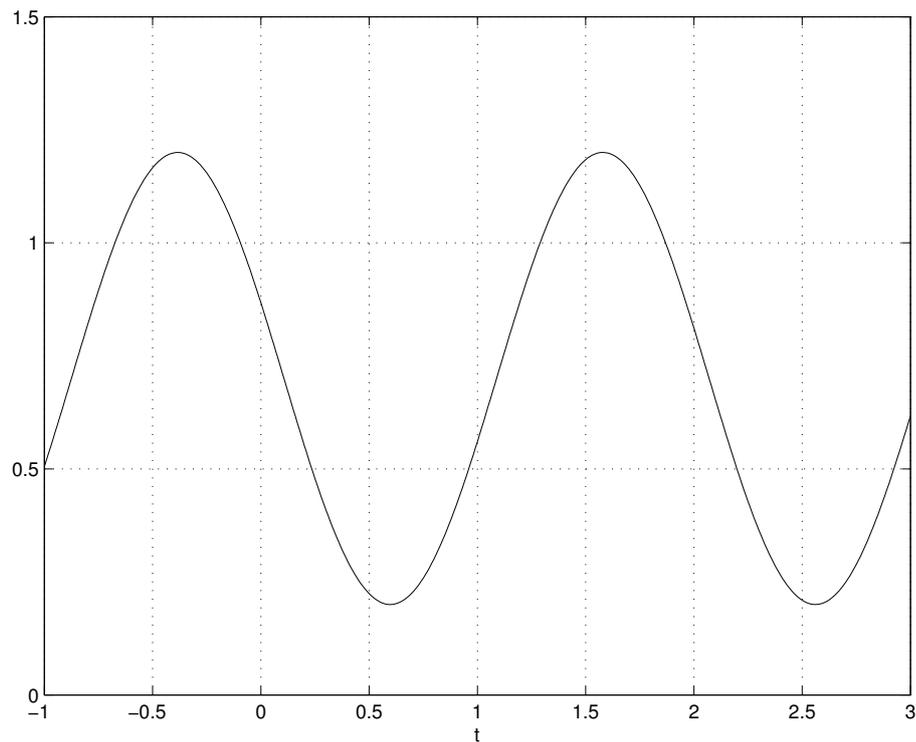
Betrachten Sie $\sinh(x) := \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$, $\cosh(x) := \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$. Zeigen Sie für alle $x, y \in \mathbb{R}$:

- $\sinh(-x) = -\sinh(x)$,
- $\cosh(-x) = \cosh(x)$,
- $\cosh(x + y) = \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y)$,
- $\sinh(x + y) = \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)$,
- $\cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 = 1$.

Bitte wenden!

H 8.5 *Der harmonische Oszillator*

Bestimmen Sie mit Hilfe des Graphen die Kenngrößen der folgenden sinusförmigen Schwingung $f(t) = c + A \sin(\omega t + \varphi)$ (achten Sie auf die unterschiedliche Skalierung der Achsen!):



Freiwillige Trainingsbeispiele (werden von Tutoren korrigiert)

T 8.1 *Polardarstellung*

(a) Bestimmen Sie die Polardarstellung von

$$(-1, -1), \quad (2, 2), \quad (-3, \sqrt{3}), \quad (-1, \sqrt{3}), \quad (0, 0).$$

(b) Bestimmen Sie die kartesischen Koordinaten folgender Punkte in Polardarstellung (r, ϕ) :

$$\left(1, \frac{\pi}{4}\right), \quad \left(2, \frac{2\pi}{3}\right), \quad \left(3, \frac{3\pi}{2}\right)$$

T 8.2 *Inverse trigonometrische Funktionen*

Zeigen Sie:

(a) $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}, x \in [-1, 1],$

(b) $\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}, x \in \mathbb{R}.$