

1. Proseminar Höhere Mathematik I

5.10.2010

1. *Operationen auf Mengen:* Gegeben seien folgende Teilmengen der natürlichen Zahlen \mathbb{N} :

$$\begin{aligned}A &= \{n \in \mathbb{N} : n \text{ ungerade}\}, \\B &= \{n \in \mathbb{N} : n \leq 21 \text{ und } n \text{ Primzahl}\}, \\C &= \{1, 2, 8\}.\end{aligned}$$

Bestimmen Sie folgende Mengen:

$$A \cap B, \quad (A \cap C) \cup B, \quad (A \cap B) \times C, \quad B \setminus A, \quad (A \cup B) \setminus B$$

2. *Elemente und Teilmengen von Mengen:* Es sei

$$A = \{1, 2, 3, 4, \{1\}, \{2, 3\}, \{1, 2, \{1\}\}\}.$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

$$1 \in A, \quad \{1\} \in A, \quad \{1\} \subset A, \quad \{2\} \in A, \quad \{2, 3\} \subset A, \quad \{1, 2, \{2\}\} \subset A, \quad \{1, 2, \{1\}\} \in A.$$

3. *Schnittmengen in der Geometrie:* Gegeben seien die beiden Dreiecke

$$\begin{aligned}D_1 &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}, \\D_2 &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, x \leq y \leq 2\}.\end{aligned}$$

Geben Sie rechnerisch die Schnittmenge $D_1 \cap D_2$ an, und skizzieren Sie sie.

4. *Gewinnchancen ausrechnen:* Wieviele verschiedene Tipps müssen Sie abgeben, um bei *EuroMillionen* sicher den Hauptgewinn zu erzielen?
5. *Rechnen mit der Binomischen Formel:* Verwenden Sie die Binomische Formel um 303^2 bzw. 96^3 mit möglichst geringem Rechenaufwand zu berechnen.
6. *Lösen von Ungleichungen:* Bestimmen Sie für jede der folgenden Ungleichungen alle reellen Zahlen x , die sie erfüllen:

$$(2x + 2)(x - 1) < 0, \quad |2x - 6| \geq 2.$$

Freiwillige Trainingsbeispiele (werden von Tutoren korrigiert)

7. Betrachten Sie noch einmal die Mengen A, B, C aus 1., und geben Sie folgende Mengen an:

$$A \cup B, \quad B \cup C, \quad (A \cap C) \cup C, \quad A \cap (C \cup C), \quad A \setminus B$$

8. Bestimmen Sie jeweils alle reellen Zahlen x , die die folgenden Ungleichungen erfüllen:

$$\frac{x+1}{3x-4} < 1, \quad |x+3| < -x-1.$$