

1. *Einseitige Grenzwerte*

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^4 - 2x^3 + x & x < 2 \\ x^3 - x^2 - 2x + 2 & x \geq 2 \end{cases}.$$

Berechnen Sie die einseitigen Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, und zeigen Sie, dass der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ existiert.

2. *Mehr einseitige Grenzwerte*

Gegeben sei wieder die Funktion $\gamma(x) := x - \lfloor x \rfloor$, $x \in \mathbb{R}$, mit $\lfloor x \rfloor := \max \{k \in \mathbb{Z} : k \leq x\}$. Bestimmen Sie direkt mit Hilfe der ε - δ -Definition die folgenden einseitigen Grenzwerte:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1^+} \gamma(x), \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1^-} \gamma(x), \quad (c) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \gamma(x), \quad (d) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \gamma(x).$$

Existiert der Grenzwert in 1? Existiert der Grenzwert in $\frac{1}{2}$?

3. Die Funktion $f(t) := \frac{7t+5}{t+2}$ beschreibt einen Zustand zum Zeitpunkt $t \geq 0$, der sich schließlich einer Gleichgewichtslage nähert. Ab welchem Zeitpunkt $t_0 > 0$ weicht f von der Gleichgewichtslage um weniger als 1% ab? Welchen Wert hat die Gleichgewichtslage? Wird die Gleichgewichtslage für ein $t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ angenommen?