Eine weitere Bemerkung zu dem 1. Übungsblatt Beispiel 2.

In der Übung habe ich eine Methode vorgeführt, die ohne ein spezielles Konzept auskommt. Sei nun M wieder eine Menge von Paaren $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, die eine gegebene Eigenschaft erfüllen und eine Kurve darstellen. Sie sollen eine Parameterdarstellung dieser Kurve angeben. Falls die definierende Eigenschaft der Menge M geschrieben werden kann als

$$\big(f_1(x)\big)^2 + \big(f_2(y)\big)^2 = 1,$$

dann ist das folgende Rezept wahrscheinlich am sinnvollsten zu versuchen. Da Sie ja wissen, dass $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$ für alle $t \in \mathbb{R}$ und

$$\big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\big\} = \{(\cos t, \sin t) \mid t \in [0, 2\pi]\},$$

versuchen Sie den Ansatz

$$f_1(x) = \cos t \quad \text{und} \quad f_2(y) = \sin t.$$

Falls es damit möglich ist, x als Funktion von $\cos t$ und y als Funktion von $\sin t$ zu schreiben, so haben Sie eine Parameterdarstellung bekommen.

Im speziellen Fall vom Beispiel 2 erhalten Sie eine definierende Gleichung (ich schreibe x anstelle von x_1 und y anstelle von x_2) der Form

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3/2} = 1.$$

Also sind

$$f_1(x) = \frac{x}{\sqrt{3}} \quad \text{und} \quad f_2(y) = \frac{y}{\sqrt{3/2}}.$$

Der Ansatz liefert in diesem Fall sofort die gewünschte Darstellung

$$x = \sqrt{3}\cos t \quad \text{und} \quad y = \sqrt{3/2}\sin t$$

also die Parameterdarstellung

$$\gamma(t) = \big(\sqrt{3}\cos t, \sqrt{3/2}\sin t\big), \qquad t \in [0, 2\pi].$$

Bitte sehen Sie das nur als ein mögliches Konzept nicht als ein exakt formuliertes Theorem an!

Harald Fripertinger