Bemerkung zur Richtungsableitung:

Für die Berechnung der Richtungsableitung haben wir zwei Methoden besprochen. Dabei habe ich die Methode, die nicht den Gradienten verwendet, etwas zu umständlich vorgeführt.

Falls die Richtungsableitung der Funktion f im Punkt P zu berechnen ist, wobei die Richtung durch den normierten Vektor v beschrieben wird, kann man wie folgt vorgehen. Definiere eine Funktion $\tilde{f}(t) := f(P + tv)$ für t in einer Umgebung von $0 \in \mathbb{R}$. Dies ist nun eine Funktion in einer Variablen. Die Richtungsableitung war definiert als

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(P + hv) - f(P)}{h}.$$

Verwendet man $\tilde{f}$, dann ist dieser Ausdruck gleich

$$\lim_{h \to 0} \frac{\tilde{f}(h) - \tilde{f}(0)}{h},$$

und falls dieser Grenzwert existiert ist er gleich $\tilde{f}'(0)$, der Ableitung von $\tilde{f}$ im Punkt 0.

Wir wenden nun dieses Verfahren an, um das Beispiel 3.b) vom 5. Übungsblatt zu berechnen: Aus $f(x, y) = \cos(x + y)$, $P = (0, \pi)$ und $v = \frac{1}{\sqrt{5}}(1, -2)$ folgt

$$\tilde{f}(t) = f(\frac{t}{\sqrt{5}}, \pi - \frac{2t}{\sqrt{5}}) = \cos(\pi - \frac{t}{\sqrt{5}})$$

und daher

$$\tilde{f}'(t) = \frac{\sin(\pi - \frac{t}{\sqrt{5}})}{\sqrt{5}} \quad \text{und} \quad \tilde{f}'(0) = 0.$$

Harald Fripertinger